CMATH EDUCATION

LỜI GIẢI ĐỀ THI VMTC 2021 – VÒNG 1

Môn: Toán 9

Ngày thi: 18/04/2021

Thời gian làm bài: 120 phút

"Trên bước đường thành công không có dấu chân của kẻ lười biếng."

Bài 1. Giải phương trình

$$|x-2|+\sqrt{x^2+x+2}=3.$$

Lời giải. Vì $x^2+x+2>0$ với mọi số thực x nên phương trình luôn xác định. Xét các trường hợp sau.

- **Trường hợp 1: $x \geqslant 2$.** Lúc này, phương trình có thể viết lại thành

$$\sqrt{x^2+x+2}=5-x.$$

Từ đây, ta có $x<5$ và $x^2+x+2=(5-x)^2$. Giải ra, ta được $x=\frac{23}{11}$.

- **Trường hợp 2: $x<2$.** Lúc này, phương trình có thể viết lại thành

$$\sqrt{x^2+x+2}=x+1.$$

Từ đây, ta có $x>-1$ và $x^2+x+2=(x+1)^2$. Giải ra, ta được $x=1$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\boxed{S=\left\{1,\ \frac{23}{11}\right\}}$. □

Bài 2. Ta gọi một tam giác là *tam giác đẹp* nếu độ dài ba cạnh của nó bằng n, $n+2$ và $n+4$, trong đó n là số nguyên dương nào đó. Hỏi, có bao nhiêu tam giác đẹp có chu vi không vượt quá 100?

Lời giải. Để n, $n+2$ và $n+4$ là độ dài ba cạnh của một tam giác thì ta phải có $n+n+2>n+4$, hay $n>2$. Mặt khác, tam giác được tạo thành có chu vi không vượt quá 100 nên $n+n+2+n+4 \leqslant 100$, từ đó $n \leqslant 31$. Như vậy, n là số nguyên dương thuộc phạm vi từ 3 đến 31. Có 29 giá trị n như vậy. Do đó, có $\boxed{29}$ tam giác đẹp thỏa mãn yêu cầu đề bài. □

Bài 3. Cho hai số thực x, y phân biệt thỏa mãn $x-\sqrt{x+1}=y-\sqrt{y+1}$. Tính giá trị của biểu thức

$$T=\sqrt{x+1}+\sqrt{y+1}.$$

Lời giải. Từ giả thiết, ta có

$$\sqrt{x+1}-\sqrt{y+1}=x-y=(x+1)-(y+1)=\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{y+1}\right)\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{y+1}\right).$$

Vì $\sqrt{x+1}-\sqrt{y+1}\neq 0$ nên $T=\sqrt{x+1}+\sqrt{y+1}=\boxed{1}$. □

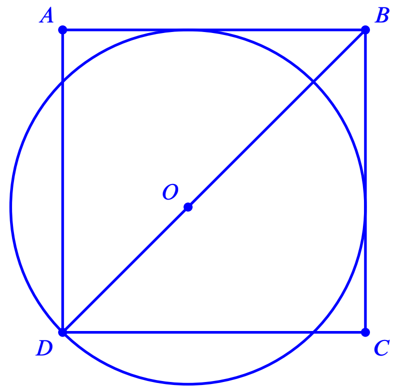
Bài 4. Tìm tất cả các giá trị của tham số a sao cho phương trình $x^2-30x+a=0$ có hai nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 thoả mãn $x_1=x_2^3$.

Lời giải. Để phương trình đã cho có hai nghiệm thực phân biệt thì biệt thức Δ' của nó phải dương, từ đó $a<225$. Áp dụng định lý Vieta, ta có

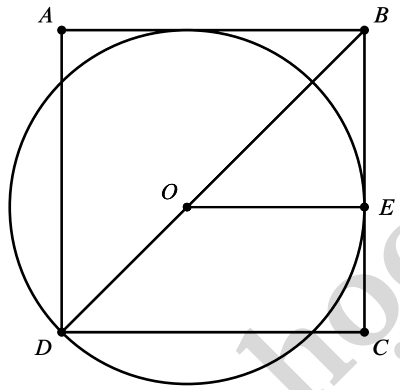
$$x_1+x_2=30, \quad x_1x_2=a.$$

Vì $x_1=x_2^3$ nên $x_2^3+x_2=30$. Phương trình này có nghiệm duy nhất $x_2=3$. Do đó $a=x_1x_2=x_2^4=81$ (thỏa mãn). Vậy $a=\boxed{81}$ là giá trị duy nhất thỏa mãn yêu cầu. □

Bài 5. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh 1. Đường tròn (O) đi qua điểm D và tiếp xúc với hai cạnh AB, BC như ở hình dưới đây. Tìm bán kính của đường tròn (O).



Lời giải. Gọi E là tiếp điểm của đường tròn (O) và đường thẳng BC. Khi đó, dễ thấy tam giác BEO vuông cân tại O. Suy ra $BO = \sqrt{2}OE = \sqrt{2}OD$.



Vì $BD = \sqrt{2}AB = \sqrt{2}$ và $BD = BO + OD = \left(\sqrt{2}+1\right) OD$ nên $OD = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} = 2 - \sqrt{2}$. Vậy bán kính của đường tròn (O) bằng $\boxed{2-\sqrt{2}}$. □

Bài 6. Xác định số chữ số đứng trước dấu phẩy trong biểu diễn dưới dạng số thập phân của số

$$A = \sqrt{10^{20}+1}.$$

Lời giải. Rõ ràng $A > \sqrt{10^{20}} = 10^{10}$ và $A < \sqrt{10^{20} + 2 \cdot 10^{10} + 1} = \sqrt{(10^{10}+1)^2} = 10^{10} + 1$. Do đó 10^{10} là số nguyên lớn nhất không vượt quá A. Số chữ số của số này chính bằng số chữ số đứng trước dấu phẩy trong biểu diễn thập phân của số A. Do đó, có tất cả $\boxed{11}$ chữ số đứng trước dấu phẩy trong biểu diễn thập phân của số A. □

Bài 7. Hai đội cờ thi đấu với nhau, mỗi đấu thủ của đội này thi đấu đúng một ván với mỗi đấu thủ của đội kia. Biết rằng, tổng số ván cờ hai đội phải đấu gấp 5 lần tổng số đấu thủ của cả hai đội. Hỏi, tổng số đấu thủ của hai đội có thể là bao nhiêu?

Lời giải. Gọi x là số đấu thủ của đội thứ nhất và y là số đấu thủ của đội thứ hai (x, y là các số nguyên dương). Khi đó, tổng số ván cờ hai đội phải đấu là xy. Theo giả thiết, ta có

$$xy = 5(x+y), \tag{1}$$

hay

$$(x-5)(y-5) = 25. \tag{2}$$

Từ (1), ta dễ thấy $xy > 5x$ nên $y > 5$. Tương tự, ta cũng có $x > 5$. Không mất tính tổng quát, giả sử $x \geqslant y > 5$. Từ (2), ta thấy có hai trường hợp có thể xảy ra.

- **Trường hợp 1. $x - 5 = 25,\ y - 5 = 1$.** Trong trường hợp này, ta có $x = 30$ và $y = 6$ nên tổng số đấu thủ của hai đội là 36.

- **Trường hợp 2. $x - 5 = 5,\ y - 5 = 5$.** Trong trường hợp này, ta có $x = 10$ và $y = 10$ nên tổng số đấu thủ của hai đội là 20.

Tóm lại, tổng số đấu thủ của hai đội có thể là $\boxed{\text{36 hoặc 20}}$. □

Bài 8. Hai bạn Minh và Châu có một số tiền như nhau, và mỗi bạn đều dùng hết số tiền của mình để mua cam, táo. Mỗi quả cam có giá 6000 đồng, mỗi quả táo có giá 8000 đồng. Số quả cam và số quả táo Minh mua bằng nhau; số tiền dùng mua cam và số tiền dùng mua táo của Châu bằng nhau. Số cam và táo Minh mua ít hơn số cam và táo Châu mua 1 quả. Hỏi trước khi mua, mỗi bạn có bao nhiêu tiền?

Lời giải. Gọi x là số quả cam mà Minh mua (x là số nguyên dương). Khi đó, tổng số cam và táo Minh mua là $2x$; tổng số tiền Minh và Châu có ban đầu đều là $6000x + 8000x = 14000x$ (đồng). Suy ra số tiền dùng mua táo cũng như số tiền dùng mua cam của Châu đều là $7000x$ (đồng). Từ đó, tổng số cam và táo Châu đã mua là $\frac{7000x}{6000} + \frac{7000x}{8000} = \frac{49}{24}x$. Theo đề bài, ta có $\frac{49}{24}x = 2x + 1$, do đó $x = 24$ (thỏa mãn). Vậy trước khi mua, mỗi bạn có tổng cộng số tiền là $14000 \cdot 24 = \boxed{336000 \text{ (đồng)}}$. □

Bài 9. Cho a, b là các số thực sao cho hai phương trình $2x^2 + ax + 2 = 0$ và $x^2 + bx + 10 = 0$ có nghiệm thực chung. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|a + b|$.

Lời giải. Gọi m là nghiệm chung của hai phương trình đã cho. Rõ ràng $m \neq 0$. Từ hai phương trình, ta tính được $a = -\frac{2m^2+2}{m}$ và $b = -\frac{m^2+10}{m}$. Do đó

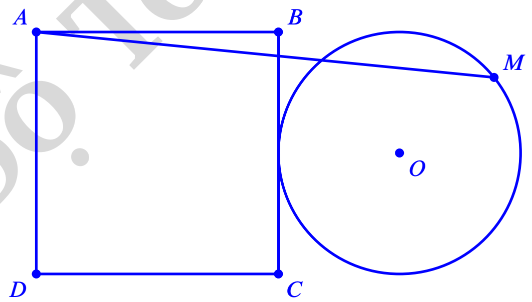
$$|a + b| = \left|\frac{3m^2 + 12}{m}\right| = \frac{3m^2 + 12}{|m|}.$$

Sử dụng bất đẳng thức AM-GM, ta có $3m^2 + 12 = 3|m|^2 + 12 \geqslant 12|m|$. Từ đó suy ra

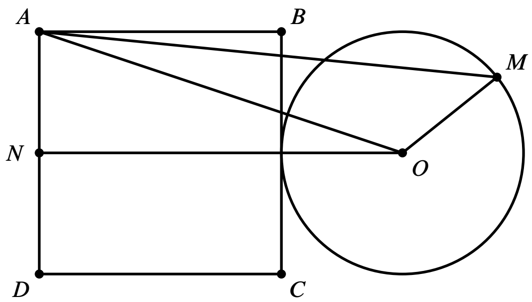
$$|a + b| \geqslant 12.$$

Dấu đẳng thức xảy ra chẳng hạn khi $m = 2$, $a = -5$ và $b = -7$. Vậy giá trị nhỏ nhất của $|a + b|$ là $\boxed{12}$. □

Bài 10. Trong hình dưới đây, $ABCD$ là hình vuông cạnh 2, đường tròn (O) có bán kính 1 và tiếp xúc với BC tại trung điểm BC, M là một điểm di động trên (O). Tìm giá trị lớn nhất của AM.



Lời giải. Gọi N là trung điểm của đoạn AB. Sử dụng định lý Pythagoras, ta có $AO = \sqrt{AN^2 + ON^2} = \sqrt{10}$.

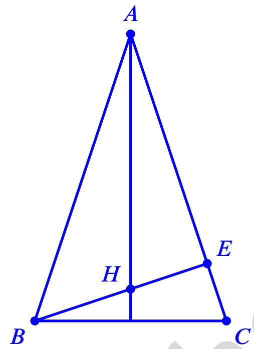


Sử dụng bất đẳng thức tam giác, ta có $AM \leqslant AO + OM = \sqrt{10} + 1$. Dấu đẳng thức xảy ra khi M là điểm xa A nhất trong hai giao điểm của AO và (O). Vậy giá trị lớn nhất của AM là $\boxed{\sqrt{10} + 1}$. □

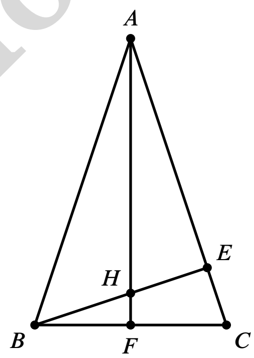
Bài 11. Cho các số nguyên a, b, c thỏa mãn $\frac{a}{\varphi} + \frac{b}{\varphi^2} + \frac{c}{\varphi^3} = \varphi$, trong đó $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$. Tính giá trị biểu thức
$$S = 2a + b + c.$$

Lời giải. Dễ dàng chứng minh được $\varphi^2 - \varphi - 1 = 0$, từ đó suy ra
$$\frac{1}{\varphi} = \varphi - 1, \quad \frac{1}{\varphi^2} = 1 - \frac{1}{\varphi} = 2 - \varphi, \quad \frac{1}{\varphi^3} = \frac{1}{\varphi} - \frac{1}{\varphi^2} = 2\varphi - 3.$$
Giả thiết của bài toán có thể được viết lại thành $a(\varphi - 1) + b(2 - \varphi) + c(2\varphi - 3) = \varphi$, hay
$$(a - b + 2c - 1)\varphi = a - 2b + 3c.$$
Vì $a - 2b + 3c$ là số hữu tỉ nên $(a - b + 2c - 1)\varphi$ cũng là số hữu tỉ. Mà φ là số vô tỉ và $a - b + 2c - 1$ là số hữu tỉ nên $a - b + 2c = 1$. Từ đó $a - 2b + 3c = 0$. Vậy
$$S = 2a + b + c = 5(a - b + 2c) - 3(a - 2b + 3c) = \boxed{5}.$$ □

Bài 12. Cho tam giác ABC có $AB = AC = 5$; BE và H là đường cao và trực tâm của tam giác đó. Biết rằng $CE = 1$, tính độ dài đoạn AH.



Lời giải. Gọi F là trung điểm của đoạn BC. Dễ thấy hai tam giác BEC và AFB đồng dạng với nhau (g-g) nên $\frac{BC}{CE} = \frac{AB}{BF} = \frac{2AB}{BC}$. Từ đó $BC = \sqrt{10}$. Từ đây, sử dụng định lý Pythagoras, ta tính được
$$AF = \sqrt{AB^2 - BF^2} = \frac{3\sqrt{10}}{2}.$$

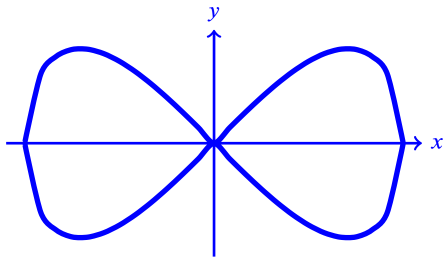


Hai tam giác AHE và ABF đồng dạng với nhau (g-g) nên $\frac{AH}{AE} = \frac{AB}{AF}$. Từ đó $AH = \frac{AB \cdot AE}{AF} = \boxed{\frac{4\sqrt{10}}{3}}$. □

Bài 13. Xét các số nguyên x, y thay đổi thỏa mãn $3x + 5y = 7$. Hỏi, biểu thức $S = |x| + |y|$ đạt giá trị nhỏ nhất tại các giá trị nào của x và y?

Lời giải. Giả thiết của bài toán có thể được viết lại thành $3(x + 1) = 5(2 - y)$. Suy ra $x + 1$ chia hết cho 5. Đặt $x + 1 = 5a$ với a nguyên thì ta có $2 - y = 3a$. Từ đó $x = 5a - 1$, $y = 2 - 3a$ và
$$S = |5a - 1| + |3a - 2|.$$
Với $a = 0$, ta có $S = 3$. Với $a \geqslant 1$, ta có $5a - 1 \geqslant 4 > 3$ nên $S > 3$. Với $a \leqslant -1$, ta có $1 - 5a \geqslant 6 > 3$ nên $S > 3$. Tóm lại, trong mọi trường hợp, ta có $\min S = 3$, đạt được chỉ tại $a = 0$. Một cách tương ứng, ta có $\boxed{(x,\ y) = (-1,\ 2)}$ là bộ số duy nhất mà biểu thức S đạt giá trị nhỏ nhất tại đó. □

Bài 14. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho một đường "số tám" như trong hình dưới đây (đường được tô đậm). Biết rằng, điểm $M(x,\ y)$ thuộc đường đó khi và chỉ khi $x^4 = 100(x^2 - y^2)$. Hỏi, có bao nhiêu điểm nguyên thuộc đường đó? (*Điểm nguyên là điểm có cả hoành độ và tung độ đều là các số nguyên.*)



Lời giải. Gọi $V(a,\ b)$ là một điểm nguyên thuộc đường "số tám" đã cho. Khi đó, ta có

$$a^4 = 100(a^2 - b^2).$$

Suy ra a^4 chia hết cho 100, từ đó a chia hết cho 10. Đặt $a = 10c$ với c nguyên, ta được

$$100c^4 = 100c^2 - b^2,$$

hay

$$b^2 = 100c^2(1 - c^2).$$

Vì $b^2 \geqslant 0$ nên $c^2(1 - c^2) \geqslant 0$. Kết hợp với c nguyên, ta được $c \in \{-1,\ 0,\ 1\}$. Từ đây, ta dễ dàng suy ra $(a,\ b) \in \big\{(-10,\ 0),\ (0,\ 0),\ (10,\ 10)\big\}$. Vậy có tất cả $\boxed{3}$ điểm nguyên thuộc đường "số tám". □

Bài 15. Với mỗi số nguyên dương n, ký hiệu $n^* = \frac{n+11}{2}$ nếu n lẻ và $n^* = \frac{n}{2}$ nếu n chẵn. Cho số nguyên dương m thỏa mãn điều kiện

$$\left(\left((m^*)^*\right)^*\right)^* = 100.$$

Tìm các số dư có thể trong phép chia m cho 11.

Lời giải. Đặt $m = 11x + r$ với x, r là các số tự nhiên và $r < 11$. Do $(16,\ 11) = 1$ nên theo định lý Bézout, tồn tại hai số nguyên dương t và u sao cho $16t - 11u = r$ (chẳng hạn, chọn $t = 9r + 11$ và $u = 13r + 16$). Khi đó, ta có $m \equiv r \equiv 16t \pmod{11}$.

Nếu m lẻ thì ta có $2m^* = m + 11 \equiv 16t \pmod{11}$, suy ra $m^* \equiv 8t \pmod{11}$. Nếu m chẵn thì ta có $2m^* = m \equiv 16t \pmod{11}$ nên $m^* \equiv 8t \pmod{11}$. Tóm lại, ta luôn có $m^* \equiv 8t \pmod{11}$. Chứng minh tương tự, ta cũng có $(m^*)^* \equiv 4t \pmod{11}$, $\left((m^*)^*\right)^* \equiv 2t \pmod{11}$ và $\left(\left((m^*)^*\right)^*\right)^* \equiv t \pmod{11}$. Từ giả thiết, ta có $t \equiv 100 \equiv 1 \pmod{11}$. Suy ra $m \equiv 16t \equiv 16 \equiv 5 \pmod{11}$. Vậy m chia 11 dư $\boxed{5}$. □

Bài 16. Viết tích của 100 số nguyên dương đầu tiên dưới dạng $5^a \cdot b$, trong đó a, b là các số nguyên dương và b không chia hết cho 5. Tìm số dư trong phép chia b cho 5.

Lời giải. Lũy thừa của 5 trong phân tích thừa số nguyên tố của 100! là $\left\lfloor \frac{100}{5} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{100}{25} \right\rfloor = 24$. Do đó $a = 24$. Vì $b = \frac{100!}{5^a} = \frac{100!}{5^{24}}$ nên ta có

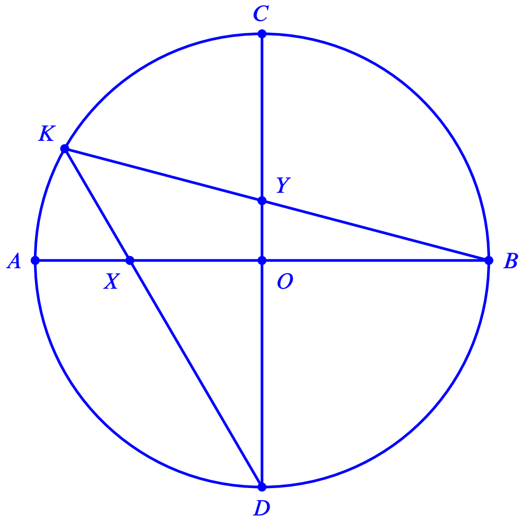
$$\begin{aligned} b &= (1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot6\cdot7\cdot8\cdot9)(11\cdot12\cdot13\cdot14\cdot16\cdot17\cdot18\cdot19)\cdots(91\cdot92\cdot93\cdot94\cdot96\cdot97\cdot98\cdot99)\times \\ &\quad\times(1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot1\cdot6\cdot7\cdot8\cdot9\cdot2\cdot11\cdot12\cdot13\cdot14\cdot3\cdot16\cdot17\cdot18\cdot19\cdot4) \\ &= (1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot6\cdot7\cdot8\cdot9)(11\cdot12\cdot13\cdot14\cdot16\cdot17\cdot18\cdot19)\cdots(91\cdot92\cdot93\cdot94\cdot96\cdot97\cdot98\cdot99)\times \\ &\quad\times(1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot6\cdot7\cdot8\cdot9)(11\cdot12\cdot13\cdot14\cdot16\cdot17\cdot18\cdot19)(1\cdot2\cdot3\cdot4). \end{aligned}$$

Với chú ý rằng $\overline{\ldots1}\cdot\overline{\ldots2}\cdot\overline{\ldots3}\cdot\overline{\ldots4}\cdot\overline{\ldots6}\cdot\overline{\ldots7}\cdot\overline{\ldots8}\cdot\overline{\ldots9} \equiv 1 \pmod{5}$, ta có

$$b \equiv 1^{12}\cdot(1\cdot2\cdot3\cdot4) \equiv 4 \pmod{5}.$$

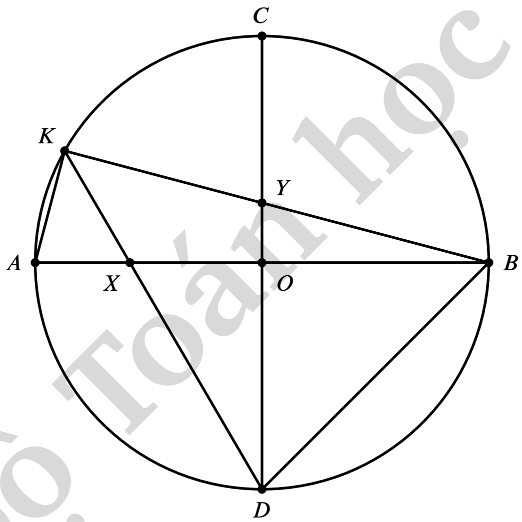
Vậy b chia 5 dư $\boxed{4}$. □

Bài 17. Cho đường tròn $(O,\ R)$ và hai đường kính AB, CD vuông góc với nhau. Trên đoạn OA lấy điểm X không trùng với O, A. DX cắt (O) tại điểm thứ hai K; KB cắt CD tại Y. Đặt $AX = a$, tính độ dài OY theo a và R.



Lời giải. Sử dụng định lý Pythagoras, ta tính được $BD = \sqrt{2}OB = R\sqrt{2}$ và

$$DX = \sqrt{OD^2 + OX^2} = \sqrt{R^2 + (R-a)^2} = \sqrt{2R^2 - 2Ra + a^2}.$$



Hai tam giác BXD và KXA đồng dạng với nhau (g-g) nên $\frac{BD}{DX} = \frac{AK}{AX}$. Suy ra

$$AK = \frac{AX \cdot BD}{DX} = \frac{\sqrt{2}aR}{\sqrt{2R^2 - 2Ra + a^2}}.$$

Từ đây, sử dụng định lý Pythagoras, ta tính được

$$BK = \sqrt{AB^2 - AK^2} = \sqrt{4R^2 - \frac{2a^2R^2}{2R^2 - 2Ra + a^2}} = \frac{\sqrt{2}R(2R-a)}{\sqrt{2R^2 - 2Ra + a^2}}.$$

Hai tam giác BOY và BKA đồng dạng với nhau (g-g) nên $\frac{OY}{OB} = \frac{AK}{KB}$. Suy ra

$$OY = \frac{AK \cdot OB}{KB} = \frac{\frac{\sqrt{2}aR}{\sqrt{2R^2-2Ra+a^2}} \cdot R}{\frac{\sqrt{2}R(2R-a)}{\sqrt{2R^2-2Ra+a^2}}} = \frac{aR}{2R-a}.$$

Vậy $OY = \boxed{\frac{aR}{2R-a}}$. □

Bài 18. Tìm tất cả các số nguyên $n > 8$ để có thể điền chín số $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, n$ vào chín ô vuông con của bảng 3×3 (ở mỗi ô chỉ điền một số), sao cho các tổng của ba số cùng hàng bằng nhau.

Lời giải. Từ giả thiết, ta thấy tổng tất cả các số trên bảng phải chia hết cho 3. Tổng tất cả các số trên bảng là $36 + n$. Suy ra n chia hết cho 3.

Không mất tính tổng quát, giả sử n được điền vào hàng thứ nhất. Khi đó, tổng các số ở hàng thứ nhất không nhỏ hơn $n + 1 + 2 = n + 3$, còn tổng các số ở hàng thứ hai không vượt quá $6 + 7 + 8 = 21$. Vì tổng các số ở mỗi hàng là như nhau nên $n + 3 \leqslant 21$, suy ra $n \leqslant 18$. Mà $n \geqslant 9$ và n chia hết cho 3 nên $n \in \{9,\ 12,\ 15,\ 18\}$.

Với $n = 18$, tổng các số trên mỗi hàng bằng $\frac{18+36}{3} = 18$, suy ra hai số còn lại của hàng thứ nhất phải có tổng bằng 0, mâu thuẫn. Với $n = 15$, tổng các số trên mỗi hàng bằng $\frac{15+36}{3} = 17$, suy ra hai ô còn lại của hàng thứ nhất phải có tổng bằng 2, mâu thuẫn. Với $n = 9$ và $n = 12$, hai cách điền số sau thỏa mãn yêu cầu đề bài.

1	5	9
3	4	8
2	6	7

1	3	12
2	6	8
4	5	7

Vậy $\boxed{n \in \{9,\ 12\}}$. □

Bài 19. Tô màu tất cả các số tự nhiên, từ 2 đến 100, như sau.

- Bước 1: Tô tất cả các ước không nhỏ hơn 2 của 100 bởi màu xanh.
- Bước 2: Với các số chưa được tô màu sau bước 1, tô mỗi số, là bội của ít nhất một số đã được tô xanh, bởi màu đỏ.
- Bước 3: Tô tất cả các số, chưa được tô màu sau 2 bước trên, bởi màu vàng.

Hỏi, có bao nhiêu số được tô màu vàng?

Lời giải. Sau bước 1, các số 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100 được tô màu xanh (có tất cả 8 số). Do đó, sau bước 2, tất cả các số chẵn và các số là bội của 5 (trừ các số được vừa được liệt kê) được tô màu đỏ. Trong các số tự nhiên từ 2 đến 100, có $\left\lfloor \frac{100}{2} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{100}{5} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{100}{10} \right\rfloor = 60$ số là bội của 2 hoặc 5. Như vậy, có 60 số được tô bởi màu xanh hoặc đỏ. Từ đó suy ra, có $99 - 60 = \boxed{39}$ số được tô màu vàng. □

Bài 20. Cho bảng ô vuông kích thước 4×4. Hỏi, có bao nhiêu cách điền ba số 1, 2, 3 vào các ô vuông con của bảng (ở mỗi ô chỉ điền một số), sao cho tích của 4 số cùng hàng bất kỳ, cũng như cùng cột bất kỳ, bằng 6?

Lời giải. Để thực hiện được yêu cầu bài toán, ta chỉ cần xếp bốn số 2 và bốn số 3 vào các ô trống của bảng, mỗi ô một số sao cho không có hai số 2 nào cũng như không có hai số 3 ở cùng hàng hoặc cùng cột, các ô trống còn lại ta chỉ việc điền số 1 là xong. Đầu tiên, ta có $4!$ cách xếp bốn số 3 vào bốn ô trống của bảng sao cho không có hai số 3 nào ở cùng hàng hoặc cùng cột.

Tiếp theo, ta sẽ xếp bốn số 2 vào bảng. Ở cột đầu tiên của bảng (tính từ trái sang), có 3 cách xếp một số 2 vào các ô trống của bảng do đã có một ô được xếp số 3. Khi số 2 này được xếp vào bảng, ta thấy có một cột mà số 3 được xếp vào cùng hàng với số 2 này. Ở cột này, có 3 cách xếp một số 2 vào các ô trống của nó. Đối với hai cột còn lại, có 1 cách xếp hai số 2 vào các ô trống của hai cột này để thỏa mãn yêu cầu. Như vậy, có tất cả $3 \cdot 3 \cdot 1 = 9$ cách xếp các số 2 vào bảng sau khi các số 3 được xếp xong.

Tóm lại, số cách xếp thỏa mãn yêu cầu đề bài là $4! \cdot 9 = \boxed{216}$. □