



Ngày thi: 18/04/2021
Thời gian làm bài: 120 phút

(Đề thi này gồm 3 trang)

Câu 1. Giải phương trình $|x - 2| + \sqrt{x^2 + x + 2} = 3$.

Câu 2. Ta gọi một tam giác là *tam giác đẹp* nếu độ dài ba cạnh của nó bằng $n, n + 2$ và $n + 4$, trong đó n là số nguyên dương nào đó. Hỏi có bao nhiêu tam giác đẹp có chu vi không vượt quá 100?

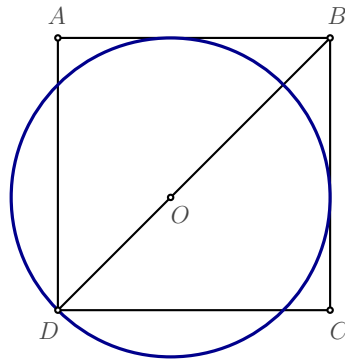
Câu 3. Cho x, y là hai số thực phân biệt thỏa mãn:

$$x - \sqrt{x + 1} = y - \sqrt{y + 1}.$$

Tính giá trị của $T = \sqrt{x + 1} + \sqrt{y + 1}$.

Câu 4. Tìm tất cả các giá trị của tham số a sao cho phương trình $x^2 - 30x + a = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 , thỏa mãn $x_1 = x_2^3$.

Câu 5. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh 1. Đường tròn (O) đi qua điểm D và tiếp xúc với hai cạnh AB, BC , như ở hình dưới đây. Tìm bán kính của đường tròn (O) .



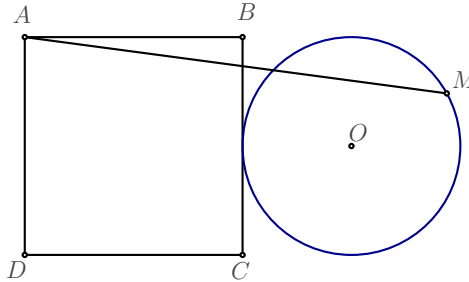
Câu 6. Xác định số chữ số đứng trước dấu phẩy trong biểu diễn dưới dạng số thập phân của số $A = \sqrt{10^{20} + 1}$.

Câu 7. Hai đội cờ thi đấu với nhau, mỗi đấu thủ của đội này thi đấu đúng một ván với mỗi đấu thủ của đội kia. Biết rằng, tổng số ván cờ hai đội phải đấu gấp 5 lần tổng số đấu thủ của cả hai đội. Hỏi tổng số đấu thủ của cả hai đội có thể là bao nhiêu?

Câu 8. Hai bạn Minh và Châu có một số tiền như nhau, và mỗi bạn đều dùng hết số tiền mình có để mua cam, táo. Mỗi quả cam có giá 6000 đồng, mỗi quả táo có giá 8000 đồng. Số quả cam và số quả táo Minh mua bằng nhau; số tiền dùng mua cam và số tiền dùng mua táo của Châu bằng nhau. Số cam và táo Minh mua ít hơn số cam và táo Châu mua 1 quả. Hỏi trước khi mua, mỗi bạn có bao nhiêu tiền?

Câu 9. Cho a, b là các số thực sao cho hai phương trình $2x^2 + ax + 2 = 0$ và $x^2 + bx + 10 = 0$ có nghiệm chung. Tìm giá trị bé nhất của $|a + b|$.

Câu 10. Trong hình dưới đây: $ABCD$ là hình vuông cạnh 2, đường tròn (O) có bán kính 1 và tiếp xúc với BC tại trung điểm BC , M là một điểm di động trên (O) . Tìm giá trị lớn nhất của AM .

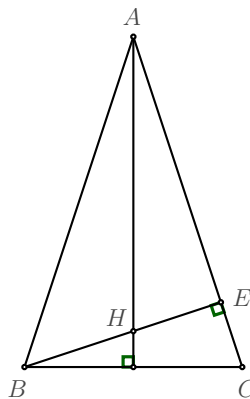


Câu 11. Đặt $\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$. Cho các số nguyên a, b, c thỏa mãn:

$$\frac{a}{\phi} + \frac{b}{\phi^2} + \frac{c}{\phi^3} = \phi.$$

Tính $2a + b + c$.

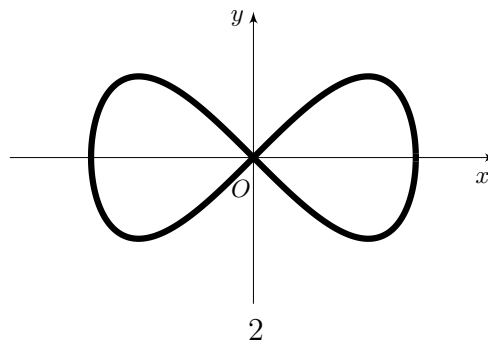
Câu 12. Cho tam giác ABC có $AB = AC = 5$; BE và H là đường cao và trực tâm của tam giác đó. Biết rằng, $CE = 1$. Tính độ dài đoạn AH .



Câu 13. Xét các số nguyên x, y thỏa mãn $3x + 5y = 7$. Hỏi biểu thức $S = |x| + |y|$ đạt giá trị bé nhất tại các giá trị nào của x, y ?

Câu 14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho một đường “số tám” như trong hình dưới đây (đường được tô đậm). Biết rằng, điểm $M(x; y)$ thuộc đường đó khi và chỉ khi $x^4 = 100(x^2 - y^2)$. Hỏi có bao nhiêu điểm nguyên thuộc đường đó?

(Điểm nguyên là điểm có cả hoành độ và tung độ đều là các số nguyên.)



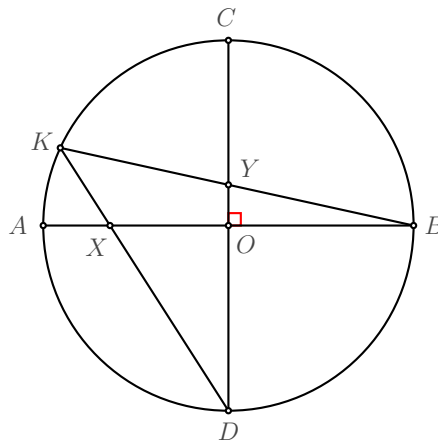
Câu 15. Với mỗi số nguyên dương n , kí hiệu $n^* = \frac{n+11}{2}$ nếu n lẻ, và $n^* = \frac{n}{2}$ nếu n chẵn. Cho số nguyên dương m thoả mãn

$$(((m^*)^*)^*)^* = 100.$$

Tìm các số dư có thể trong phép chia m cho 11.

Câu 16. Viết tích của 100 số nguyên dương đầu tiên dưới dạng $5^a \cdot b$, trong đó a, b là các số nguyên dương và b không chia hết cho 5. Tìm số dư trong phép chia b cho 5.

Câu 17. Cho đường tròn $(O; R)$ và hai đường kính AB, CD vuông góc với nhau. Trên đoạn OA lấy điểm X không trùng với O, A . DX cắt (O) tại điểm thứ hai K ; KB cắt CD tại Y . Đặt $AX = a$; tính độ dài OY theo a và R .



Câu 18. Tìm tất cả các số nguyên $n > 8$ để có thể điền chín số $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, n$ vào chín ô vuông con của bảng 3×3 (ở mỗi ô chỉ điền một số), sao cho: các tổng của 3 số cùng hàng bằng nhau.

Câu 19. Tô màu các số tự nhiên, từ 2 đến 100, như sau:

- ◇ Bước 1: Tô các ước của 100 bởi màu xanh.
- ◇ Bước 2: Với các số chưa được tô màu sau bước 1, tô mỗi số, là bội của ít nhất một số đã được tô xanh, bởi màu đỏ.
- ◇ Bước 3: Tô tất cả các số, chưa được tô màu sau 2 bước trên, bởi màu vàng.

Hỏi có bao nhiêu số được tô màu vàng?

Câu 20. Cho bảng ô vuông kích thước 4×4 . Hỏi có bao nhiêu cách điền ba số 1, 2, 3 vào các ô vuông con của bảng (ở mỗi ô chỉ điền một số), sao cho tích của 4 số cùng hàng bất kì, cũng như cùng cột bất kì, bằng 6.